

PROF. DR. LEO SCHUBERT
BWL-Studienschwerpunkte an der Universität Augsburg: Marketing und

Unternehmensforschung.

1985: Promotion über Methoden der

Datenanalyse

bis 1991: CEO-Stabstelle einer Großbank

seit 1991: Professor für Marketing an der HTWG Konstanz

Forschungsaufenthalte und Kurzzeitdozenturen in Mittelamerika.

Forschungsschwerpunkte:

Marktforschung (insb. Kapitalmarkt- und Zufriedenheitsforschung)

KEY-WORDS: Clusteranalyse, Bootstrap, Resampling, Analyse von Beziehungen, Netzwerk Analyse, Inferenz Statistik, Gender Forschung

1 EINFÜHRUNG

Menschen sind in ein Geflecht unterschiedlicher Beziehungen eingebettet. Dabei reicht der Begriff Beziehung von relativ unverbindlicher „Bekanntheit“ bis zum obligatorischen „Ehe-Verhältnis“ oder zur „Mafiazugehörigkeit“. Die aus Beziehungen geflochtenen informellen Netzwerke werden zunehmend kommerziell genutzt. So hoffen Unternehmen mittels sog. „Viral Marketing“ bzw. „Recommendation Marketing“ Werbebotschaften über das Internet bzw. mittels Kunden² effizienter verbreiten zu können. Falls Beziehungen einen messbaren Effekt erzielen sollen, so müssen all die Paare, die eine spezifische Beziehung unterhalten bzgl. des Effekts ähnlicher sein als nicht durch diese Art Beziehung verbundene Paare. Dieser Effekt kann sich z.B. auf Wissen, Einstellung gegenüber einer Marke, Vermögen oder „Verhaltensweisen“ beziehen. Dabei kann die Ähnlichkeit Ursache oder Wirkung der Beziehung sein. Bei Mitgliedern des Fanclubs einer Marke ist die Ähnlichkeit hinsichtlich der Einstellung gegenüber der Marke mehr Ursache für die Beziehung „Fanclub“. Teilt eine Frau einer Kollegin positive Erfahrungen mit einer Marke mit, so wird die Ähnlichkeit in der Einstellung mehr Wirkung der kollegialen Beziehung sein.

Die Frage, ob die „Ähnlichkeit“ Ursache oder Wirkung einer Beziehung ist, kann nicht mit statistischen Verfahren bewiesen werden, sondern bedarf zu ihrer Beantwortung Theorien die eine Abhängigkeit erklären. Dies bedeutet, dass die „Ursache-Wirkungs-Frage“ je nach Anwendung gedeutet werden muss. Notwendige aber eben nicht hinreichende Voraussetzung zur Beurteilung des Effekts von Beziehungen wird im Folgenden in der Form eines sta-

tistischen Tests vorgestellt. Nach einer einleitenden Diskussion der Erfassung der Beziehungseffekte durch Distanzen und der Abgrenzung zur Clusteranalyse wird ein verteilungsfreies Verfahren zum Test des Effekts von Beziehungen eingesetzt, das sog. „Resampling“. Als Anwendung des Tests wird die Nachbarschaftsbeziehung während einer Mathematik-Klausur hinsichtlich ihres Noten-Effektes analysiert. Dabei wird die Frage beantwortet, aus welcher Position während einer Klausur am besten Notenrelevant „kommuniziert“ werden kann. Ferner wird das Verhältnis der Geschlechter in diesem Kontext untersucht. Die Ergebnisse stützen Aussagen der Gender Forschung.

2 ABGRENZUNG ZUR CLUSTERANALYSE

Die Clusteranalyse ist die datenanalytische Disziplin, die Ähnlichkeiten bzw. Unähnlichkeiten zwischen zwei Objekten (z.B. Personen) durch Distanzen erfasst. Die Distanzen werden dabei hinsichtlich verschiedener Merkmale gemessen und aggregiert. Ziel der Clusteranalyse ist die Bildung von „Objekt-Clustern“ und zwar so, dass die Mitglieder eines Clusters möglichst kleine Distanzen untereinander haben. Abgesehen von Clustern mit sog. „Fuzzy-Sets“ werden die Cluster exhaustiv, d.h. Überschneidungsfrei gebildet.

Die zum Clustern verwendeten Distanzen werden i.d.R. durch eine sog. Distanzmatrix dargestellt. Diese hat entsprechend der Anzahl der Objekte n Zeilen und Spalten und ist symmetrisch. Die Abbildung 1a zeigt zu $n = 13$ Objekten die Distanz-Zellen zu 3 Clustern. Die Mitglieder dieser Cluster sind die Objekte 1 bis 6, 7 bis 9 und 10 bis 13. Die betroffenen Zellen in der Matrix wurden schattiert. Bei einer exhaustiven Zerlegung der Objektmenge können die Zeilen und Spalten stets so angeordnet werden, dass die Zellen eines Clusters ein schattiertes Quadrat über der Diagonalen bilden wie in Abbildung 1a. In diesem Falle kann die Ähn-

lichkeit der Objekte in einem Cluster durch die Merkmalsvarianz der in ihr enthaltenen Objekte erfasst werden.

Um Beziehungsnetzwerke bzw. deren Effekt auf ein abhängiges Merkmal zu untersuchen, müssen andere Distanzstrukturen berücksichtigt werden. Die Abbildung 1b zeigt das Beispiel einer zusammenhängende Kette von Beziehungen: Objekt 1 hat eine Beziehung zu 2 und 2 wiederum zu 3 etc.. Dabei ist es im Vergleich zur Clusteranalyse nicht erforderlich, dass die Beziehungen transitiv sind. Transitiv ist eine Beziehung, wenn aus einer Bekanntschaft von 1 und 2 sowie von 2 und 3 folgen muss, dass auch 1 und 3 bekannt sind. Ferner wird bei der Untersuchung keine zusammenhängende Kette an Beziehungen vorausgesetzt.

Während die Clusteranalyse erst die Cluster bildet und dann die Qualität dieser anhand von Distanzen zwischen den Objekten in den jeweiligen Clustern bestimmt, wird bei der folgenden Analyse eine Menge von Beziehungen vorgegeben. Zu dieser Menge werden an dem abhängigen Merkmal die Distanzen erfasst. Sie geben Aufschluss darüber, ob die in der Menge enthaltenen Beziehungen ähnlicher oder unähnlicher im Vergleich zu den aus der Menge ausgeschlossenen Zellen ohne Beziehungen sind. Die Qualitätsbeurteilung von Beziehungs-

clustern wird also wie bei der Clusteranalyse vorgenommen und könnte durch den Einbezug mehrerer abhängiger Merkmale als Verallgemeinerung betrachtet werden.

Im Folgenden besteht ein Netzwerk oder Beziehungscluster R aus einer Teilmenge aller möglichen Beziehungen $r(i,j)$ ($i, j = 1, \dots, n$ mit $i \neq j$) zwischen n Objekten. Falls zwei Objekte eine Beziehung unterhalten ist $r(i,j) = 1$ und sonst gilt $r(i,j) = 0$. In der Abbildung 1 sind die Zellen mit $r(i,j) = 1$ schattiert.

Anhand der abhängigen Variable $x \in \mathbb{R}^n$ werden die Ähnlichkeiten bzw. Distanzen eines Beziehungsclusters bestimmt. Dazu wird die quadrierte Distanz

$$d(i, j)^2 = (x_i - x_j)^2 \quad (1)$$

zwischen zwei Objekten (i, j) berechnet. Die Summe der quadrierten Distanzen über alle Objektpaare (i, j) kann auch mit dem Faktor $1/2n^2$ zur Bestimmung der Varianz dienen:

$$s^2 = \frac{1}{2n^2} \sum_{(i,j)} d(i, j)^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (2)$$

Der Beweis der Gleichung (2) ist im Anhang A enthalten. Da die Distanzen symmetrisch sind, genügt es, nur die Objektpaare mit $i < j$ bzw. nur die obere Dreiecksmatrix in die Berechnung einzubeziehen:

$$s^2 = \frac{1}{n^2} \sum_{i < j} d(i, j)^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2. \quad (3)$$

Für die Bestimmung der Ähnlichkeit eines Beziehungsclusters R müssen die Summen in (2) bzw. (3) auf $(i,j) \in R$ beschränkt werden. Durch die Darstellung der Varianz anhand von Distanzen kann diese nicht nur zu Objektclustern, sondern auch zu Beziehungsclustern errechnet werden.

3 ZWEI SIGNIFIKANZTESTS

Wenn eine stochastische Variable X standardisiert und normiert ist, so ist die Summe $(x_i - \bar{x})^2$ über alle n Objekte Chi-Quadrat verteilt mit $n-1$ Freiheitsgraden³ und mit der Gleichung (3) liegt diese Verteilung auch bei der Summe aller quadrierten Distanzen ($i, j = 1, \dots, n$) vor. Voraussetzung dafür ist zudem die Unabhängigkeit der Realisierungen x_i ($i=1, \dots, n$). Diese Eigenschaft kann für eine Summe von quadrierten Distanzen nicht mehr garantiert werden, falls diese aus einem beliebigen Cluster R stammen. Einzelne Distanzen $d(i,j)$ können von anderen abhängig sein.

Deshalb kann die Chi-Quadrat Verteilung zum Test des Einflusses von Beziehungen hier nicht verwendet werden. Um in derartigen Fällen Signifikanztests durchführen zu können wurden sog. „Resampling“ Methoden entwickelt, wie das „Jackknife“ oder das „Bootstrapping“⁴. Das Vorgehen ist ähnlich wie bei der Monte-Carlo Simulation jedoch mit dem Unterschied, dass die Monte-Carlo Simulation von vorgegebenen Verteilungen ausgeht, während die Resampling Methoden gerade die Verteilungen aus der Stichprobe bzw. den empirischen Daten zu generieren versuchen. Während beim „Bootstrapping“ bzw. „Jackknife“ insbesondere bei kleinen Datenmengen das Schätzen von Konfidenzintervallen im Vordergrund steht, wird im folgenden Test nur der sog. α Fehler ermittelt. Dies ist die Wahrscheinlichkeit eine angenommene Hypothese ungerechtfertigt abzulehnen.

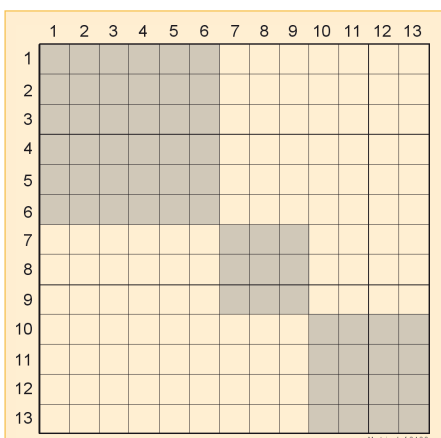


ABB 1a: DISTANZ BEZIEHUNGEN VON CLUSTERN

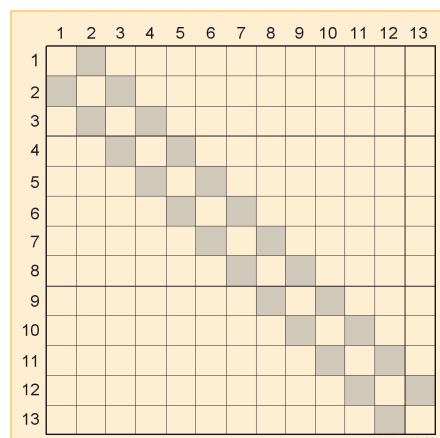


ABB 1b: DISTANZ BEZIEHUNGEN VON NETZWERKEN

Für ein Beziehungscluster R sei die Summe der quadrierten Distanzen

$$V_R = \sum_{(i,j) \in R} d(i,j)^2 \quad (4)$$

Die Menge R enthält n_R Beziehungen, deren Einfluss auf die unabhängige Variable x getestet werden soll. Da die Verteilung von V_R mit n_R Beziehungen unbekannt ist, wer-

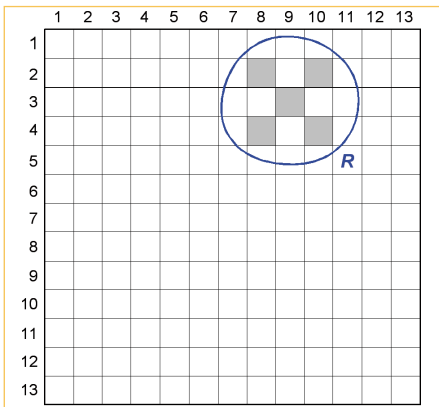


Abb. 2a: MENGE R MIT $n_R=5$ BEZIEHUNGEN

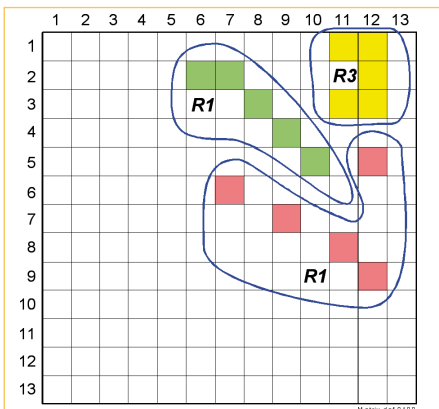


Abb. 2b: 3 ZUFÄLLIG AUSGEWÄHLTE MENGEN ZU $n_R=5$

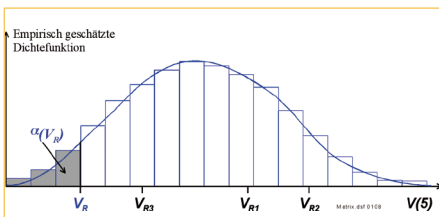


Abb. 2c: EMPIRISCHE VERTEILUNG DER SUMME DER DISTANZQUADRATE ZU $n_R=5$ BEZIEHUNGEN

den aus den insgesamt $\frac{n(n-1)}{2}$ möglichen Beziehungen viele Cluster vom Umfang n_R zufällig ausgewählt. Zu diesen sei die Summe der quadrierten Distanzen

$$V(n_R) = \sum_{i < j} d(i,j)^2 \quad (5)$$

Die Gesamtheit der Summen $V(n_R)$ ergibt mit den jeweiligen relativen Häufigkeiten die empirische Verteilung. Diese Verteilung ermöglicht die Approximation des α Fehlers, indem die relative Häufigkeit bestimmt wird, mit der $V(n_R) \leq V_R$ ist.

In der Abbildung 2a wird das Resampling zu einer Menge R mit $n_R=5$ Beziehungen veranschaulicht. Abbildung 2b zeigt die drei zufällig ausgewählten Mengen R_1 , R_2 und R_3 . Zu den Mengen werden nach (4) die Summe V_R und nach (5) die Summen $V(5)$ berechnet, die in der Abbildung 2c mit V_{R1} , V_{R2} bzw. V_{R3} bezeichnet wurden. Bei entsprechender Anzahl zufällig gewählter Mengen resultiert eine Verteilung wie in Abbildung 2c. Der Fehler α wurde, da er sich auf den Fraktilwert V_R bezieht, als Funktion $\alpha(V_R)$ desselben dargestellt.

Die Testfunktion V_R dient dazu, die folgende Hypothese H_0 bzgl. des Einflusses der Beziehung R zu überprüfen:

$$H_0: V_R = V(n_R), \\ H_1: V_R < V(n_R).$$

$V(n_R)$ in Fettdruck repräsentiert den Erwartungswert einer Summe von n_R quadrierten Distanzen der Distanzmatrix. Die Hypothese H_0 zu verwerfen bedeutet, dass der Testfunktionswert der Menge R stark von $V(n_R)$ abweicht. Dieser Wert wird nicht explizit berechnet. Die Abweichung wird anhand des α Fehlers bzw. dem Signifikanzniveau α beurteilt. Wird H_0 abgelehnt und damit die Gegenhypothese H_1 angenommen, so kann von einem signifikanten Einfluss auf die abhängige Variable x ausgegangen werden.

In einem zweiten Test wird der Einfluss von zwei Beziehungsmengen R and R^* auf die abhängige Variable x verglichen. Aufgrund der nicht stets erfüllten Voraussetzung für die Chi-Quadrat Verteilung kann hier auch nicht von der für den Vergleich von Objektcluster relevanten $F(n,m)$ Verteilung⁵ ausgegangen werden. Deshalb wurde die relevante Verteilung ebenfalls mittels „Resampling“ approximiert.

Der Wert V_{R^*} der zweiten Menge ergibt sich analog zu V_R mittels Gleichung (4). Als Testfunktionswert wird

$$V_{R,R^*} = \frac{V_R}{V_{R^*}} = \frac{n_R}{n_{R^*}} \quad (6)$$

verwendet. Die zufällig ausgewählten Mengen R und R^* besitzen den Wert $V(n_R, n_{R^*})$, der analog zu (5) bestimmt wird. Auch hier wird der Erwartungswert der Verteilung der Werte $V(n_R, n_{R^*})$ in den Hypothesen mit Fettdruck dargestellt:

$$H_0: V_{R,R^*} = V(n_R, n_{R^*}), \\ H_1: V_{R,R^*} < V(n_R, n_{R^*}).$$

Wird die Hypothese H_0 verworfen, so ist bei diesem Test der Einfluss der Menge R auf die abhängige Variable x signifikant stärker als der der Menge R^* .

4 ANWENDUNGSBEISPIEL KLAUSUR

An der Hochschule Konstanz nahmen im Wintersemester 2006/2007 genau 46 Studenten an einer Mathematik&Statistik Klausur teil. Die in der Klausur erzielte Bewertung ist im Test die abhängige Variable x . Das Ziel des Tests war, den Einfluss der nachbarschaftlichen Beziehung auf die erzielten Punkte zu untersuchen und nicht das Aufspüren einzelner Studenten mit illegalem Kommunikationsverhalten. Diese Aussage kann ein einzelner statis-

tischer Test nicht erbringen. Stattdessen wird durch den Test auf Schwachpunkte hinsichtlich der Sitzanordnung oder der Eignung von Klausurräumen hingewiesen. Nehmen unterschiedliche Teilnehmergruppen an der Klausur teil, so kann auch deren Kommunikationsverhalten analysiert werden. Diesbezüglich wurde im Test z.T. nach männlichen und weiblichen Studenten differenziert analysiert.

Der Prüfungsraum wird im Anhang in der Abbildung B dargestellt. Die Studenten konnten ihre Sitzplätze frei wählen, mussten jedoch zwischen zwei besetzten Reihen mindestens eine Reihe frei lassen. Auch innerhalb einer Reihe musste mindestens ein Platz zwischen 2 Studenten frei bleiben. In der Abbildung B sind die Namen der Studenten abgekürzt worden. Die Initialen der Studentinnen wurden kursiv dargestellt. Der Boden des Raumes steigt von vorne nach hinten um insgesamt ca. 1,50 m an. Für die Untersuchung wurden mehrere Beziehungen hinsichtlich ihres Einflusses auf die Punkteergebnisse untersucht (Tab.1). Die Mitglieder der Menge $R_{1,2}$ sitzen in der selben Reihe mit einem Abstand von 1-2

Sitzen. Diese Menge wurde zusätzlich in die Untermengen R_{Wf} , R_{Mf} und R_{WM} unterteilt. Dabei enthält die Untermenge R_{Wf} bzw. R_{Mf} nur Beziehungen zwischen Frauen bzw. Männern. Die Menge R_{WM} enthält nur heterogene Nachbarpaare. Das Cluster R_R umfasst Beziehungen, die zwischen zwei Reihen bestehen. Diese Menge wurde in drei Untermengen unterteilt, je nachdem ob der hinten sitzende Student links (R_l), direkt dahinter (R_d) oder rechts (R_r) vor dem Vordermann bzw. der Vorderfrau sitzt. Die beiden Mengen R_f und R_b sind wiederum Aufteilungen der Menge $R_{1,2}$. Die Untermenge R_f beinhaltet alle Beziehungen in den ersten 5 besetzten Reihen, während R_b die restlichen Beziehungen in den hinteren Reihen umfasst.

Das Signifikanzniveau wurde über die oben angesprochene Resampling-Methode bestimmt⁶. Aus Gründen der Vergleichbarkeit der Ergebnisse mit etablierten Verteilungen wurden der abhängige Vektor x zentriert und standardisiert auf eine Varianz von 0,5.

Um den α -Fehler zu bestimmen wurden zu jedem Test 10000 Fälle mittels Resampling generiert. Bei einer Anzahl $n = 46$ Teilnehmer ergibt sich eine maximale Anzahl von $46 \cdot 45 / 2 = 1035$ mögliche Beziehungen. Beim Test z.B. zur Menge R_{MMf} die nur $n_{R_{MMf}} = 5$ Beziehungen enthielt, wurden aus den 1035 jeweils 10000 mal 5 Beziehungen zufällig ausgewählt. Insgesamt stehen für diese Auswahl mit $n_{R_{MMf}} = 5$ insgesamt $\binom{1035}{5} = 9\ 802\ 081\ 893\ 582$ Beziehungsmengen zur Verfügung. Für jede dieser 10000 Mengen wurde der Wert $V(n_R)$ gemäß Formel (5) bestimmt. Der Testfunktionswert der Menge R_{WM} ist $V_{R_{WM}} = 5.6634$ (vgl. Tabelle 2 links). Die Anzahl der Fälle, in denen $V(n_R) \leq V_{R_{WM}}$ war, ist $n_\alpha = 6366$. Diese Anzahl wurde verwendet, um den α -Fehler beim Test der Beziehungsmenge $R = R_{WM}$ mittels

$$\alpha(V_R) = \frac{n_\alpha}{10000} = 0.6366$$

zu schätzen.

Beim zweiten Test, der zwei Mengen vergleicht, wurde das Resampling sowohl für die Menge R sowie die Menge R^* vorgenommen. Der α -Fehler wurde analog bestimmt nachdem mit der Funktion (6) der Testfunktionswert V_{R,R^*} berechnet wurde. Die Ergebnisse sind in der Tabelle 3 auf der linken Seite enthalten.

Die Berechnung des Testfunktionswertes V_{R,R^*} würde bei Verwendung der Ergebnisse aus Tabelle 2 zu ähnlichen Resultaten führen. Der Vergleich des Einflusses der beiden Mengen R_{Rl} mit R_{Rr} im Wintersemester 2006/2007 ergab den Wert $V_{R,R^*} = 0.5538$ (vgl. Tabelle 3 links), während die Verwendung der Werte aus Tabelle 2 einen Testfunktionswert von $V_{R,R^*} = (15.4500/20) / (25.9650/19) = 0.5653$ ergeben würde.

Der Test des Einflusses von Beziehungen wurde im Sommersemester 2007 wiederholt. In diesem Semester nahmen $n = 49$ Studenten an der Klausur teil. Die Testergebnisse aus dem Sommersemester befin-

R	BESCHREIBUNG DER BEZIEHUNG (i, j) ∈ R	BEISPIEL IN ABB. B
$R_{1,2}$	Student i ist in der selben Reihe wie j, mit 1-2 Freisitzen dazwischen	
R_W	Student i und j sind Frauen, mit 1-2 Freisitzen dazwischen	Studentinnen S.C. und G.P. in Reihe 11
R_M	Student i und j sind Männer, mit 1-2 Freisitzen dazwischen	Student Sch.O. und E.T. in Reihe 13
R_{WM}	Student i ist weiblich und j männlich, mit 1-2 Freisitzen dazwischen	Studentin Sch.Sa. und Student S.B. in Reihe 13
R_f	Student i und j aus den ersten 5 besetzten Reihen, mit 1-2 Freisitzen dazwischen	Studenten P.S. und Gä.P. in Reihe 3
R_b	Student i und j aus den letzten 5 besetzten Reihen, mit 1-2 Freisitzen dazwischen	Studenten T.A. und S.M. in Reihe 17
R_R	Student i ist zwei Reihen hinter j, direkt oder auf der linken oder rechten Seite,	
R_{Rd}	Student i ist zwei Reihen direkt hinter j	Studenten F.C. in Reihe 7 und F.T. in Reihe 9
R_{Rl}	Student i ist zwei Reihen hinter j auf der linken Seite	Studenten St.S. in Reihe 11 und S.B. in Reihe 13
R_{Rr}	Student i ist zwei Reihen hinter j auf der rechten Seite	Studentinnen St.S. in Reihe 11 und Sch.Sa. in Reihe 13

TABELLE 1: BEZIEHUNGSMENGEN

den sich auf der rechten Seite der Tabellen 2 und 3.

In der Tabelle 2 wurden zehn unterschiedliche Beziehungsmengen - wie die oben erwähnte Menge R_{WM} - auf ihren Einfluss auf die erzielten Bewertungspunkte analysiert. Die angegebene Anzahl n_R der Elemente in jeder Menge kann auch in der Abbildung B im Anhang anhand der Positionen der einzelnen StudentInnen überprüft werden. Der Testfunktionswert V_R und der jeweilige α -Fehler $\alpha(V_R)$ wurden mit dem oben beschriebenen Verfahren ermittelt. Einige der zehn Beziehungsmengen der Tabelle 2 werden in der Tabelle 3 paarweise mit dem zweiten Test geprüft. In diesem

Falle bedeuten kleine α -Fehler $\alpha(V_{R,R^*})$, dass die Kommunikation in der Beziehungsmenge R besser als in R^* funktionierte. Der Testfunktionswert V_{R,R^*} wurde mit der Formel (6) bestimmt.

Die Diskussion der Ergebnisse wird mit den beiden Mengen R_b und R_f begonnen. Die Hypothese, dass in den hinteren Reihen besser kommuniziert werden kann, wird zwar im Wintersemester bestätigt (Tabelle 2: $\alpha = 0.0301$ bzw. Tabelle 3: $\alpha = 0.0386$), nicht jedoch im Sommersemester. Die Ergebnisse zeigen keine generelle Lastigkeit der vorderen oder hinteren Reihen, sondern lassen eine starke Semesterabhängigkeit vermuten.

Die Beziehung $R_{1,2}$ besitzt einen kleinen, aber nicht signifikant kleinen α Fehler. Diese Beziehung wurde differenziert je nach Geschlecht der beiden Studenten, die die Beziehung unterhielten. Die Menge der weiblichen Beziehungen R_W zeigte hoch signifikante (WS: $\alpha = 0.0058$) und fast signifikante Resultate (SS: $\alpha = 0.1169$). Die Ergebnisse der männlichen Beziehungen waren hier stets nicht signifikant. Der Test mit zwei Mengen R und R^* lässt erkennen, dass Frauen nur im Wintersemester signifikant besser kommunizierten als Männer (Tabelle 3: $\alpha = 0.0075$). Einige Tests in anderen Klausuren zeigten, dass männliche Studenten nicht stets weniger effizient kommunizieren als weibliche. Jedoch wurde beobachtet, dass die intergeschlechtliche Kommunikation immer ohne jegliche Signifikanz war, wie die Resultate der Tabelle 2 mit $\alpha(R_{WM}) = 0.6366$ im WS und $\alpha(R_{WM}) = 0.7892$ im SS zeigten. Vergleicht man die Kommunikation zwischen Frauen mit der intergeschlechtlichen mittels des zweiten Tests, kann man erkennen, dass Frauen signifikant besser untereinander als mit dem anderen Geschlecht kommunizieren. In Tabelle 3 besitzt der Testfunktionswert $V(R_W, R_{WM})$ ein Signifikanzniveau von $\alpha = 0.0069$ im Wintersemester bzw. $\alpha = 0.0766$ im Sommersemester. Die Beziehungsmenge R_R mit Studenten aus unterschiedlichen Sitzreihen wurde in die Untermengen R_{Rl} , R_{Rd} und R_{Rr} unterteilt. Um gut zu kommunizieren ist nicht generell die hinten liegende Position entscheidend. Vergleicht man die Möglichkeiten der linken mit der rechten Position, so zeigt sich, dass von links signifikant besser kommuniziert werden kann als von rechts. Der α -Fehler im Wintersemester ist 0.0712 bzw. 0.1158 im Sommersemester (vgl. Tabelle 3). Der Kommunikationsvorteil der linken Seite wurde auch in anderen Tests bestätigt. Eine Begründung dafür ist sicherlich die dominante rechte Hand. Ungefähr 90% benutzen diese beim Schreiben während auf der linken Seite das Blickfeld des Hintermanns bzw. der -frau frei bleibt. In beiden

R	WS-2006/2007			R	SS-2007		
	N_R	V_R	$\alpha(V_R)$		V_R	$\alpha(V_R)$	
$R_{1,2}$	20	15.5615	0.1977	32	28.1170	0.2878	
R_W	7	0.11551	0.0058	14	8.8102	0.1169	
R_M	8	0.87430	0.6137	8	6.0243	0.3021	
R_{WM}	5	0.56634	0.6366	10	13.2825	0.7892	
R_R	45	48.6889	0.6455	52	38.0679	0.0377	
R_{Rd}	6	0.72739	0.6854	6	6.7709	0.6452	
R_{Rl}	20	15.4500	0.1945	22	11.4545	0.0180	
R_{Rr}	19	25.9650	0.8742	24	19.8425	0.2451	
R_b	10	0.39980	0.0301	23	22.6271	0.4720	
R_f	10	11.5635	0.6630	9	5.4899	0.1668	

TABELLE 2: ERGEBNISSE DES SIGNIFIKANZ TESTS FÜR DIE BEZIEHUNGSMENGE R

R; R*	WS-2006/2007			$N_R; N_{R^*}$	SS-2007		
	$N_R; N_{R^*}$	V_{R,R^*}	$\alpha(V_{R,R^*})$		V_{R,R^*}	$\alpha(V_{R,R^*})$	
$R_{Wl}; R_M$	7; 8	0.1510	0.0075	14; 8	0.8357	0.3669	
$R_{Wl}; R_{WM}$	7; 5	0.1457	0.0069	14; 10	0.4738	0.0766	
$R_{Ml}; R_{WM}$	8; 5	0.9649	0.4624	8; 10	0.5669	0.1896	
$R_{Rl}; R_{Rr}$	20; 19	0.5538	0.0712	22; 24	0.6297	0.1158	
$R_{Rl}; R_{Rd}$	20; 6	0.6372	0.1891	22; 6	0.4614	0.0686	
$R_{Rr}; R_{Rd}$	19; 6	1.1272	0.5463	24; 6	0.7326	0.2591	
$R_{bl}; R_f$	10; 10	0.3457	0.0386	23; 9	1.6128	0.7940	

TABELLE 3: ERGEBNISSE DES SIGNIFIKANZ TESTS ZU ZWEI BEZIEHUNGSMENGEN R und R*

7 Vgl. Maccoby E. M., (2000), S. 293ff.
 8 Hierzu kann statt des Tests ein entsprechendes deskriptives Maß konstruiert werden, das um z.B. Investitionsrisiken korrigierte Renditen verwendet.

Tests blieb die Schreibseitigkeit der StudentInnen unberücksichtigt. Es ist zu vermuten, dass sich durch Beachtung dieses Kriteriums die Signifikanz der Ergebnisse verstärken würde.

In jeder Reihe der Tabelle 2 und 3 sind zu einer Beziehungsmenge R zwei Tests dargestellt. Falls der α -Fehler klein aber nicht signifikant klein ist, kann auch eine Folge von m Tests Aufschluss über die Kommunikationsqualität in dieser Beziehungsmenge geben. In Tabelle 2 hat die Beziehung $R_{1,2}$ einem kleinen aber nicht signifikant kleinen α -Wert. Die Wahrscheinlichkeit, dass der Testfunktionswert $V_{R_{1,2}}$ zweimal zufällig unter dem 50%-Fraktilwert bzw. dem Median liegt ist $0.50^2 = 0.25$. Die Wahrscheinlichkeit zweimal unter dem 30%-Fraktilwert zu liegen, wie im Beispiel der Beziehung $R_{1,2}$ ($\alpha = 0.1977$ bzw. 0.2878) ist nur $0.30^2 = 0.09$. Dieser α -Fehler zu einer Hypothese H_0 für eine Folge von zwei Klausuren ist wiederum so niedrig, dass ein Einfluss der Beziehungsmenge $R_{1,2}$ angenommen werden sollte. Es ist deshalb empfehlenswert, auch Sequenzen von Klausuren mit nicht signifikanten Einzelergebnissen zu überprüfen.

Die Verwendung der Bezeichnung "gute Kommunikation" bei einem hohen Signifikanzniveau α lässt offen, wann die Kommunikation stattfand – bei Übungen vor oder illegal während der Klausur. Falls die Teilnehmer einer Lerngruppe auch in der Klausur Sitzplätze nebeneinander einnehmen, so kann das hohe Signifikanzniveau auch durch einen ähnlichen Wissensstand zustande gekommen sein. Insbesondere im Falle der Beziehungsmenge $R_{1,2}$ und der entsprechenden Untermengen sollte deshalb die allgemeine Interpretation der Kommunikation verwendet werden.

5 ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK

Die Anwendung des Tests zum Einfluss von Beziehungen in einer Klausur zeigte einige signifikante Resultate. Die erste

Beobachtung war, dass Frauen wohl besser mit Frauen als mit Männern kommunizieren können. Die Analyse scheint die bekannten Probleme der intergeschlechtlichen Kommunikation⁷ zu bestätigen. Dies ist insofern ein überraschendes Ergebnis, da die Inhalte der Klausur (Mathematik und Statistik) vermutlich nicht zu den bevorzugten Gesprächsthemen des weiblichen Geschlechts zählen. Ferner konnte im Test nicht belegt werden, dass Männer untereinander immer weniger effizient im Vergleich zu Frauen kommunizieren. Die zweite Erkenntnis bezieht sich auf die Kommunikation von Studenten aus einer rückwärtigen Sitzreihe. Die Position hinten links bietet offensichtlich bessere Kommunikationsmöglichkeiten im Vergleich zu der Position direkt dahinter bzw. hinten rechts. Das dritte beobachtete Resultat war, dass die gewählte nahe Sitzposition in einer Reihe zwar gute aber nicht signifikant bessere Kommunikation bedeutet. Werden aber in einer Sequenz von Tests stets mittelmäßig kleine α -Werte registriert, so kann die gesamte Sequenz auf einen signifikanten Einfluss durch Kommunikation hinweisen. Während die Ergebnisse zum Einfluss der Kommunikation aus der Sitzposition hinten links kaum Deutungsvarianten zulässt, kann die Kommunikation mit dem Sitznachbar auch vor der Klausur, also in Übungen, stattgefunden haben.

Der vorgestellte Test könnte auch in anderen Bereichen angewendet werden, obgleich sich i.d.R. die Datenerfassung nicht so einfach gestaltet wie beim obigen Beispiel. Ein Anwendungsbereich könnte das einleitend erwähnte „Recommendation Marketing“ sein. Dieser Ansatz nutzt die Beziehungen der Kunden um Informationen über ein Produkt zu verbreiten bzw. Einstellungen zu beeinflussen. Falls das Empfehlungsmarketing glaubhaft bleiben soll, muss es auch den Kauf von minderwertigen Produkten verhindern. Deshalb ist die Erfassung von Umsätzen nur eine bedingte Aussage zur Wirksamkeit von Empfehlungsmarketing. Wenn jedoch von

zwei Personen die Einstellungen bzgl. Sympathie oder Wert einer Marke ähnlicher sind, falls sie eine Beziehung unterhalten, funktioniert Empfehlungsmarketing. Ein weiteres Beispiel könnten Geschäftsbeziehungen und deren Auswirkungen auf die Rendite darstellen. Wird in einer Volkswirtschaft mit schlecht funktionierendem Wettbewerb die Marktmacht missbraucht, so werden Geschäftspartner stark unterschiedliche Gewinnmargen oder Umsatzrenditen erzielen. Andernfalls müssten diese Unterschiede geringer ausfallen⁸. Dabei wäre nicht die Unternehmensgröße im Fokus, sondern das Ausnutzen derselben. Auch in diesem Beispiel könnte der Test neue Einsichten bieten.

6 QUELLEN

- [1] Bamberg G., Baur F., (1996): Statistik, Oldenbourg, München.
- [2] Efron B., (1979): Bootstrap Methods: Another Look at the Jackknife, The Annals of Statistics 7 (1), S. 1–26.
- [3] Efron B., (1982): The jackknife, the bootstrap, and other resampling plans, Society of Industrial and Applied Mathematics CBMS-NSF Monographs.
- [4] Maccoby E. E., (2000): Psychologie der Geschlechter, Klett-Cotta, Stuttgart.
- [5] Renyi A., (1962): Wahrscheinlichkeitsrechnung, Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin.

ANHANG A

Beweis der Gleichung (2):

$$s^2 = \frac{1}{2n^2} \sum_{(i,j)} d(i,j)^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2.$$

Die Summe von quadrierten Distanzen kann durch x_i und x_j ausgedrückt werden:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2n^2} \sum_{(i,j)} d(i,j)^2 &= \frac{1}{2n^2} \sum_{(i,j)} (x_i - x_j)^2 = \\ &= \frac{1}{2n^2} \sum_{(i,j)} (x_i^2 - 2x_i x_j + x_j^2) \end{aligned}$$

Teilt man die Summanden des letzten Terms in drei separate Summen

$$\frac{1}{2n^2} \left(n \sum_{i=1}^n x_i^2 - 2 \sum_{i=1}^n (x_i + x_2 + \dots + x_n) x_i + n \sum_{j=1}^n x_j^2 \right)$$

Wird das Produkt in $2n$ ausgeklammert, resultiert der Verschiebungssatz⁹ der Varianzformel:

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \bar{x}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

und substituiert die Summe $(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$ durch $n\bar{x}$, ergibt sich Gleichung

[Ende des Beweises]

$$\frac{1}{2n^2} \left(2n \sum_{i=1}^n x_i^2 - 2 \sum_{i=1}^n n\bar{x}x_i \right) =$$

$$= \frac{1}{2n^2} \left(2n \sum_{i=1}^n x_i^2 - 2n\bar{x} \sum_{i=1}^n x_i \right)$$

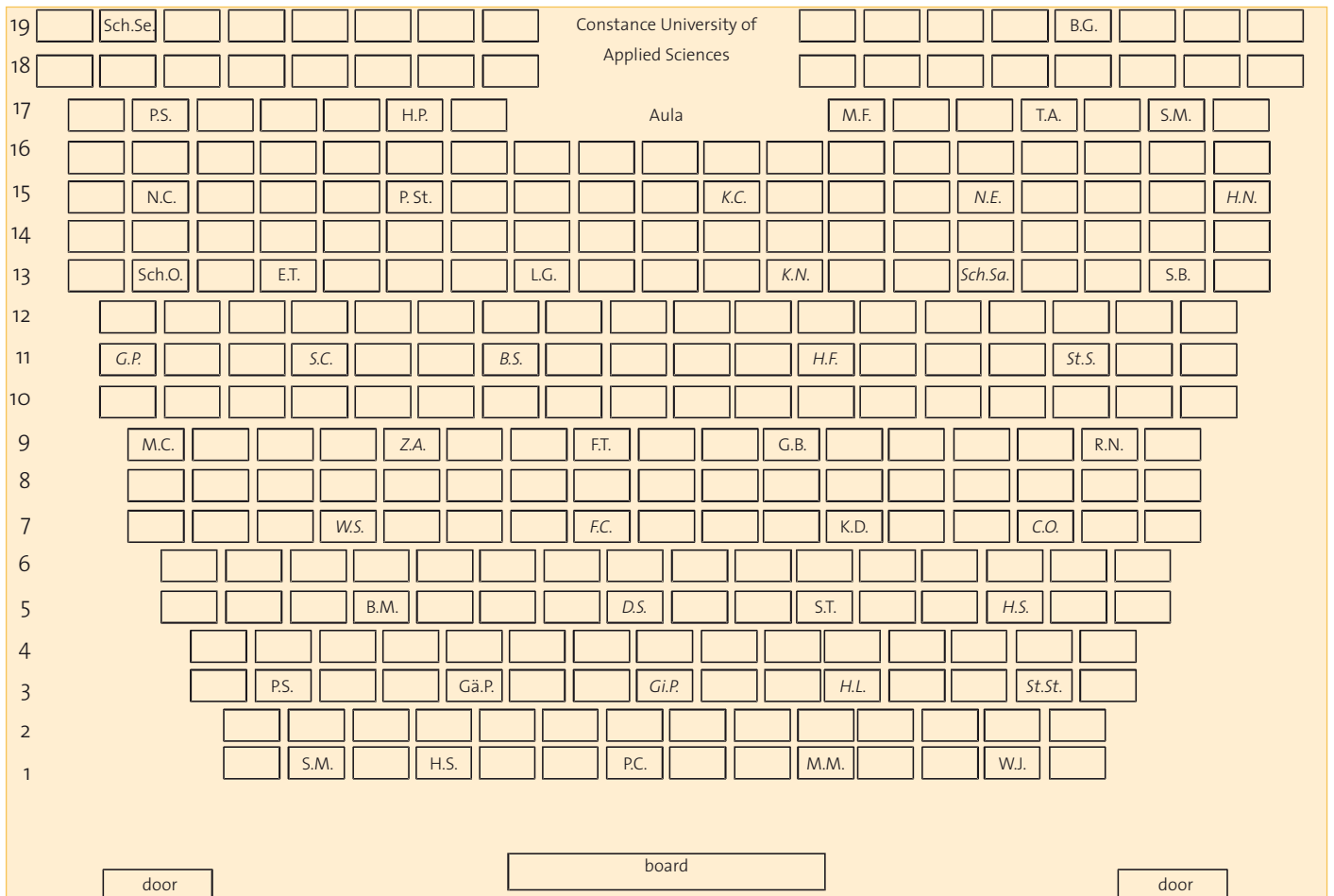


ABBILDUNG B: POSITIONEN WÄHREND DER KLAUSUR IM WINTER SEMESTER 2006/2007